de physique et ingénierie
Université de Strasbourg

University of Strasbourg

Particle Physics 1$^{\text{st}}$ session

A. Besson

Transcribed by

Pierre Guichard

M1-S2 2018-2019

1 Désintégration à trois corps

On étudie la désintégration à 3 corps, c'est-à-dire la réaction $p_a \to p_1 + p_2 + p_3$. On note $q_i = (E_i, \vec{p}_i)$ le quadri-vecteur Énergie-impulsion de la particule i. On utilisera la convention $c = 1$.

1. On définit la masse invariante de deux particules i et j par :

$$m_{ij}^2 = (q_i + q_j)^2$$

montrer que

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = m_a^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$$

$$\begin{aligned}
m_{12}^2 &= (q_1 + q_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\
m_{13}^2 &= (q_1 + q_3)^2 = (E_1 + E_3)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_3)^2 \\
m_{23}^2 &= (q_2 + q_3)^2 = (E_2 + E_3)^2 - (\vec{p}_2 + \vec{p}_3)^2
\end{aligned}$$

Alors,

$$\begin{aligned}
m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 &= 2E_1^2 + 2E_2^2 + 2E_3^2 + 2E_1E_2 + 2E_2E_3 + 2E_1E_3 \\
&\quad - [2(\vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + \vec{p}_3^2) + 2\vec{p}_1\vec{p}_2 + 2\vec{p}_1\vec{p}_3 + 2\vec{p}_2\vec{p}_3] \\
&= (E_1^2 - \vec{p}_1^2) + (E_2^2 - \vec{p}_2^2) + (E_3^2 - \vec{p}_3^2) + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + 2E_1E_2 + 2E_1E_3 + 2E_2E_3 \\
&\quad - [\vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + \vec{p}_3^2 + 2\vec{p}_1\vec{p}_2 + 2\vec{p}_1\vec{p}_3 + 2\vec{p}_2\vec{p}_3] \\
&= m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + (E_1 + E_2 + E_3)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)^2
\end{aligned}$$

Mais, par conservation de l'énergie et de l'impulsion,

$$\begin{cases} E_a = E_1 + E_2 + E_3 \\ \vec{p}_a = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \end{cases}$$

Alors,

$$\begin{aligned}
m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 &= m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + E_a^2 - \vec{p}_a^2 \\
&= m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_a^2
\end{aligned}$$

2. On se place dans le référentiel où a est au repos. Montrer que

$$E_3 = \frac{m_a^2 + m_3^2 - m_{12}^2}{2m_a}$$

$$q_a = q_1 + q_2 + q_3 \Longrightarrow q_a - q_3 = q_1 + q_2$$

Aussi, puisque a est au repos,

$$q_a = (m_a, \vec{0}) \Longrightarrow q_a^2 = m_a^2$$

Alors,

$$\begin{aligned} m_{12}^2 &= (q_1 + q_2)^2 \\ &= (q_a - q_3)^2 \\ &= q_a^2 + q_3^2 - 2q_a q_3 \\ &= m_a^2 + m_3^2 - 2(m_a, \vec{0})(E_3, \vec{p}_3) \\ &= m_a^2 + m_3^2 - 2m_a E_3 \end{aligned}$$

Alors,

$$E_3 = \frac{-m_{12}^2 + m_a^2 + m_3^2}{2m_a}$$

3. Combien y-a-t'il de degrés de liberté (c'est-à-dire combien de paramètres faut-il fixer pour que les énergies de toutes les particules soient complètement définies) ? Qu'en serait-il pour une désintégration à deux corps ?

   On a

$$\begin{cases} E_1 + E_2 + E_3 = E_a \\ E_3 = \dfrac{-m_{12}^2 + m_a^2 + m_3^2}{2m_a} \end{cases}$$

   avec m_{12}^2 dépendant de E_1 et E_2. C'est alors, deux équations, pour trois inconnues : (E_1, E_2, E_3), ce qui nous donne alors un degré de liberté.

   Dans le cas d'une désintégration à deux corps, il n'y aurais plus d'inconnues, et ainsi aucun degré de liberté.

4. Expliquer comment ce résultat a pu amener Fermi à énoncé l'hypothèse de l'existence des neutrinos.

   Dans la réaction

$$\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

   les énergies du proton et de l'électron sont variables à cause du degré de liberté, c'est ainsi que Fermi postule alors l'existence du neutrino.

2 Les neutrinos solaires

Le soleil est un grand pourvoyeur de neutrinos. La quasi totalité des neutrinos émis par le Soleil sont de type électronique. Vers 1998, les résultats de l'expérience japonaise "Super-Kamiokande" suggèrent que les oscillations de neutrinos existent et que ceux-ci ont une masse.

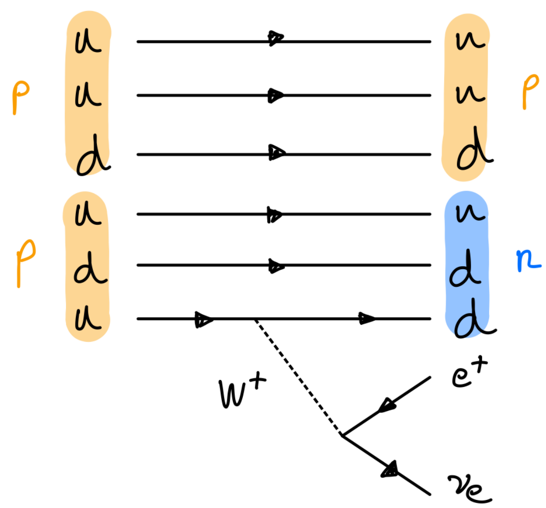
En 2006, l'existence d'oscillations des neutrinos est confirmée définitivement par l'expérience SNO (Ontario).

Contrairement aux détecteurs précédents qui ne pouvaient détecter que les neutrinos de type électron, SNO était capable de détecter tous les types de neutrinos solaires arrivant sur Terre. Le total correspondait bien à celui que les experts du Soleil avaient prédit. Un tiers seulement de ces neutrinos étaient de type électron, les autres neutrinos étaient de type muon ou tau.

1. La source principale (86% du total) de production de neutrinos dans le soleil provient de la réaction

$$p + p \to d + e^+ + \nu_e$$

Où p et d représentent respectivement un proton et un deuton (proton + neutron). Sachant que le diagramme élémentaire est identique à une réaction β^+, dessiner le diagramme de Feynman correspondant le plus simple.



2. Une fois arrivé sur terre, lorsqu'il traverse le détecteur, un neutrino peut interagir de trois façons différentes

   (a) par courant chargé avec un deuton: $\nu_e + d \to p + p + e^-$

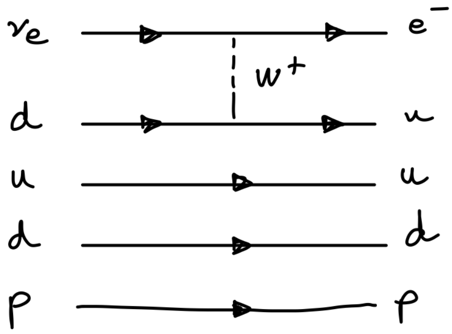
   (b) par courant neutre avec und euton: $\nu_e + d \to n + p + \nu_e$

   (c) par diffusio nélastique sur un électron (courant neutre ou chargé): $\nu_e + e^- \to \nu_e + e^-$

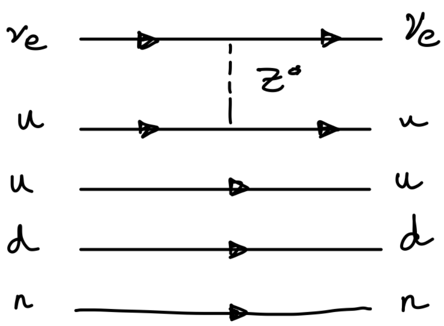
Quelle force fondamentale est mise en jeu ? Proposer un diagramme de Feynman pour les deux premiers types d'interaction et deux diagrammes pour la diffusion élastique, sachant que toutes se déroulent dans la voie "t" (autrement dit via un "échange" d'une particule).

La force fondamentale en jeu est l'intéraction faible.

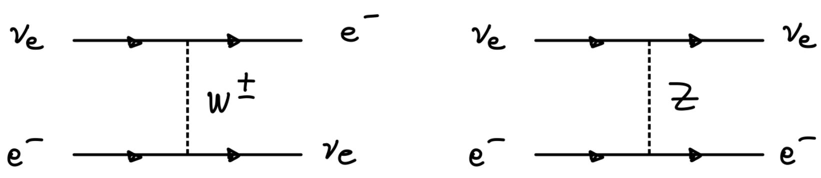
Pour (a):



Pour (b):

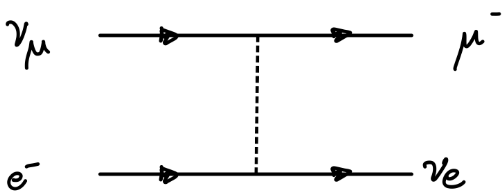


Pour (c):



3. Expliquer pourquoi lorsque le neutrino n'est pas de nature électronique mais muonique ou tauique, l'un des diagrammes est supprimé.

La diffusion élastique par courant chargé donnerait



ce qui n'est plus une diffusion élastique.

4. On rappelle la formule d'oscillation des neutrinos dans le vide (dans le cas simplifié de deux familles) :

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{x\delta m^2}{4E}\right)$$

Expliquer chaque terme de la formule. En quoi montre-t-elle que l'oscillation implique l'existence d'une masse ?

- P est la probabilité d'oscillation,
- θ est l'angle de mélange,
- x est la distance parcourue,
- δm^2 est la différence de masse,
- E est l'énergie cinétique du neutrino.

Si il n'y avait pas de masse, alors $\delta m = 0$ et il n'y aurais pas d'oscillation.

3 Les neutrinos de SN1987A

La fameuse explosion de la supernovae SN1987A en 1987 a donné lieu à une émission massive de neutrinos (et d'anti-neutrinos) en quelques secondes. De l'ordre de 10^{57} anti-neutrinos $\bar{\nu}_e$ ont été émis. La distance d entre la supernovae et la terre était de l'ordre de 1.4×10^{21} m. Les $\bar{\nu}_e$ pouvaient interagir avec les protons contenus dans l'hydrogène de l'eau du détecteur de "Superkamiokande". Il y avait environ 10^{32} protons dans le détecteur. La section efficace d'interaction des anti-neutrinos était $\sigma \simeq 1.6 \times 10^{-45}$ m^2.

1. Estimer la surface d'une sphère de rayon d.

$$S = 4\pi d^2 \sim 4 \times 3.14 \times (1.4 \times 10^{21})^2 \sim 2.5 \times 10^{43}$$

2. Estimer l'ordre de grandeur du nombre d'anti-neutrinos détectés (une analyse dimensionnelle pourra aider).

$$N_{\text{attendus}} \propto \frac{N_p N_{\bar{\nu}} \sigma}{S} \sim \frac{10^{57} \times 10^{32} \times 1.6 \times 10^{-45}}{2.5 \times 10^{43}} \sim 5$$