Faculté de physique et ingénierie
Université de Strasbourg

University of Strasbourg

Particle Physics 2$^{\text{nd}}$ session

A. Besson

Transcribed by
Pierre Guichard

M1-S2 2018-2019

1 Question de cours

1. Rappeler les définitions des symétries C, P et T.

   Charge : C : changes the sign of the electric charge (and magnetic moment)

   Parity : Si l'opérateur de parité est conservé, alors $[P, H] = 0$. La parité $\eta_P \in \{-1, +1\}$.

   Time : Time reversal.

2. Parmi les interactions fondamentales, lesquelles conservent la saveur ? Quel est le boson qui permet un changement de saveur ?

   L'intéraction faible ne conserve pas la saveur. Le boson qui permet le changement de saveur est le boson $W^{\pm}$.

3. Soit un état initial de deux particules A et B. Écrire la parité du système.

$$\eta_{A+B} = \eta_A \times \eta_B$$

4. Écrire la règle d'or de Fermi et donner le sens de chaque terme

   Let W_{fi} be the transition rate (number of transitions per time unit)

$$W_{fi} = \frac{\Gamma_{fi}}{\hbar}$$

   where Γ is the decay width.

2 Lois de conservations

Déterminer si les réactions suivantes sont possibles et justifier votre réponse :

1. $e^+ + e^- \to p^+ + p^-$

   Possible.

2. $p^+ \to n + e^+ + \nu_e$

   Le nombre leptonique et baryonique sont correct, mais $m_p < m_n$.

3. $\pi^0 \to e^+ + \mu^-$

   Le nombre leptonique n'est pas conservé.

4. $p^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e$

   Le nombre baryonique n'est pas conservé.

3 Désintégration du pion chargé

Le pion chargé π^-, initialement au repos, se désintègre préférentiellement en $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ par rapport au canal $\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e$. On cherche à comprendre pourquoi.

1. Pourquoi le π^- ne se désintègre pas en baryon ? Imaginer un canal possible de désintégration en méson.

   π^- est le méson chargé le plus léger, alors il ne peut se désintégrer en baryon (non conservation du nombre Baryonique), alors il peut se désintégrer en $\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$.

2. Quelle est l'interaction mise en jeu ? Dessiner le diagramme de Feynman de la désintégration.

   Intéraction faible.

3. Démontrer les formules suivantes :

$$p_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} \qquad E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} \qquad v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \qquad \frac{\mathrm{d}E_\pi}{\mathrm{d}p_\mu} = \frac{2m_\pi}{m_\pi^2 + m_\mu^2}$$

   où p_x, E_x, m_x et v_x désignent respectivement l'impulsion, l'énergie, la masse et la vitesse de la particule x.

$$\begin{cases} E_{\pi^-} = m_{\pi^-} = E_\nu + E_\mu \\ \vec{p}_{\pi^-} = \vec{0} = \vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu \longrightarrow |\vec{p}_\mu| = |\vec{p}_\nu| \end{cases}$$

   Alors, en utilisant que $m_\nu \simeq 0$, on obtient que $p_\nu \sim E_\nu$,

$$m_{\pi^-} = |\vec{p}_\mu| + \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2}$$

   Ainsi,

$$m_{\pi^-} - |p_\mu| = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2}$$

$$m_{\pi^-}^2 - 2m_{\pi^-}|p_\mu| + p_\mu^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2$$

   Et ainsi,

$$\boxed{p_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}}$$

$$E_\mu = m_\pi - E_\nu = m_\pi - p_\mu = \frac{2m_\pi^2}{2m_\pi} - \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi}$$

$$v_\mu = \beta c = \frac{p_\mu c}{E_\mu} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right) c \sim 0.28c$$

4. En déduire le facteur γ du muon par rapport au référentiel du pion.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right)^2}} = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi m_\mu}$$

5. Le temps de vie propre du muon est de $\tau_0 \simeq 2 \times 10^{-6}$ s. En déduire son temps de vie τ_1 dans le référentiel du pion au repos. En déduire sa distance de vol.

$$\tau_1 = \gamma\tau_0 = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi m_\mu}\tau_0 \sim 1.04\tau_0$$

Distance de vol,

$$D = \beta\gamma c\tau = v_\mu \gamma \tau_1 = 173 \text{ m}$$

6. On donne :

$$\frac{Br(\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e)}{Br(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} \simeq 1.2 \times 10^{-4} \tag{1}$$

Que signifie cette formule ? Sans connaître l'élément de matrice de ces processus, qu'attendrait-on comme résultat d'après la règle d'or de Fermi ?

C'est un rapport des rapports de branchements, cela veux dire que le cannal $e^- + \bar{\nu}_e$ est 10000 fois plus rare. Le terme d'espace des phases devrait être plus important pour le canal $e^+ + \bar{\nu}_e$. En fait c'est l'élément de matrice qui est différent.

7. On admettra que la théorie nous donne le taux de transition suivant :

$$\Gamma(\pi^- \to l^- + \bar{\nu}_l) \propto \left(1 - \frac{v_l}{c}\right) p_l^2 \frac{1}{\frac{\mathrm{d}E_\pi}{\mathrm{d}p_l}}$$

Utilisez les résultats précédents pour montrer que

$$\Gamma(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu) \propto \frac{m_\mu^2}{4}\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} E_\pi &= p_\mu + E_\mu \\ &= E_\nu + E_\mu \qquad\qquad\qquad\qquad = p_\mu + \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} \\ &= p_\mu + \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\mathrm{d}E_\pi}{\mathrm{d}p_\mu} = 1 + 2p_\mu \frac{1}{2}(p_\mu^2 + m_\mu^2)^{-1/2} = \frac{\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} + p_\mu}{E_\mu} = \frac{2m_\pi^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}$$

$$1 - \frac{v_\mu}{c} = 1 - \beta = 1 - \frac{p_\mu}{E_\mu} = \frac{2m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}$$

Alors,

$$\begin{aligned} \Gamma(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu) &= \frac{2m_\mu^2}{(m_\pi^2 + m_\mu^2)} \times \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}\right)^2 \times \frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2)}{2m_\pi} \\ &= \frac{m_\mu^2}{4}\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 \end{aligned}$$

8. En utilisant l'approximation que $m_e/m_\pi \simeq 0$ retrouver le résultat de l'équation 1.

$$\frac{Br(\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e)}{Br(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \frac{\Gamma(\pi \to e\nu_e)}{\Gamma \to \mu\nu_\mu} \simeq \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \sim 1.28 \times 10^{-4}$$