Université de Strasbourg

TD4 - Physique subatomique

Eric Chabert

Transcrit par

Pierre Guichard

L3 Semestre 6 2021

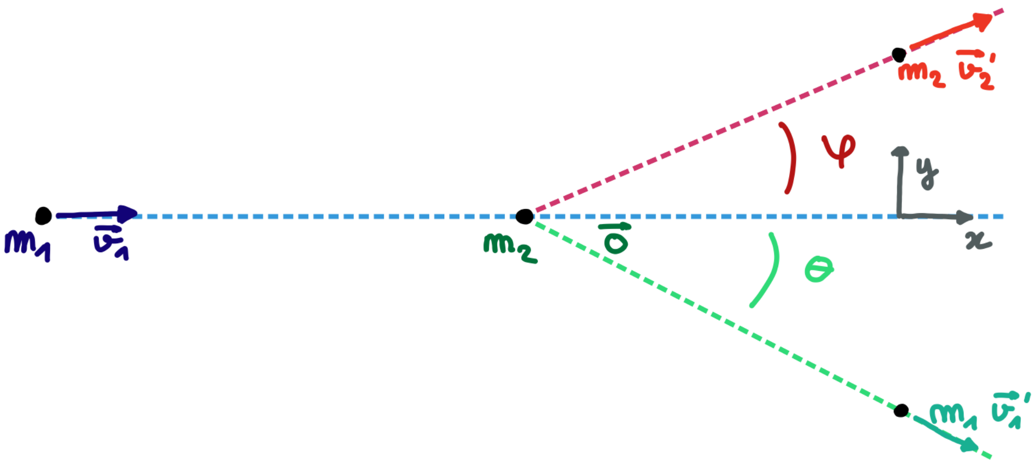
Exercice 1 :

On considère la diffusion élastique entre deux particules chargées de masses et numéros atomiques respectifs m_1, m_2, Z_1 et Z_2. La particule cible est au repos dans le système du laboratoire.

1. Montrer que la vitesse v_2' de la particule cible après l'interaction s'écrit :

$$v_2' = \frac{2\mu V_1 \cos\varphi}{m_2}$$

où V_1 est la vitesse de la particule incidente avant interaction, φ est l'angle de diffusion de la particule cible par rapport à la direction incidente et μ est la masse réduite avec $\mu = m_1 m_2 / m_1 + m_2$.



Conservation de l'impulsion :

$$\underbrace{m_1\vec{v}_1 + \vec{0}}_{\text{initial}} = \underbrace{m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'}_{\text{final}}$$

On fait la projection selon $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$,

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\theta + m_2 v_2' \cos\varphi \\ 0 - m_1 v_1' \sin\theta + m_2 v_2' \sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 v_1' \cos\theta = m_1 v_1 - m_2 v_2' \cos\varphi & \text{(a)} \\ m_1 v_1' \sin\theta = m_2 v_2' \sin\varphi & \text{(b)} \end{cases}$$

Pour éliminer la dépendance en θ, on fait $(\text{a})^2$+$(\text{b})^2$,

$$\begin{aligned} m_1^2 v_1'^2 &= (m_1 v_1 - m_2 v_2' \cos\varphi)^2 + (m_2 v_2' \sin\varphi)^2 \\ &= (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2')^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2' \cos\varphi \end{aligned}$$

Pour éliminer les v_1' on utilise la **conservation de l'énergie**,

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$

C'est à dire que :

$$v_1'^2 = \frac{m_1 v_1^2 - m_2 v_2'^2}{m_1}$$

En injectant dans la dernière équation,

$$\begin{aligned} m_1^2 v_1'^2 &= (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2')^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2' \cos\varphi \\ \cancel{m_1^2 v_1^2} - m_1 m_2 v_2'^2 &= \cancel{(m_1 v_1)^2} + (m_2 v_2')^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2' \cos\varphi \end{aligned}$$

C'est à dire que :

$$v_2' = 2\frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \cos\varphi$$

En définissant la masse réduite μ

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

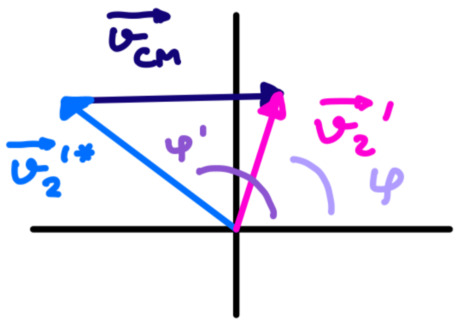
On trouve,

$$\boxed{v_2' = \frac{2\mu v_1 \cos\varphi}{m_2}}$$

2. Quelle est la relation entre φ et θ' l'angle de diffusion du projectile dans le système du centre de masse ? Déterminer T l'énergie transférée à la particule cible en fonction de l'angle θ'

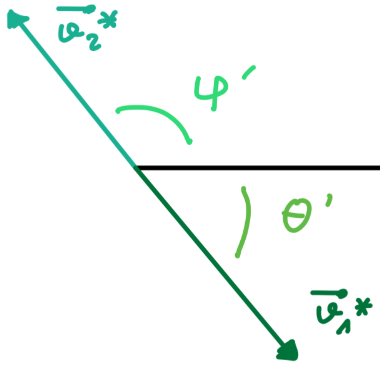
Dans le système centre de masses,

$$||\vec{v}_2^*|| = ||\vec{v}_2'^*|| = ||\vec{v}_{\text{CM}}||$$



Alors,

$$\varphi'_{\text{CM}} = 2\varphi$$



$$\varphi' + \theta' = \pi$$

Et on sait que la somme des impulsion dans le système centre de masse est nul, alors

$$\theta' = \pi - \varphi' = \pi - 2\varphi$$

$$T_2' = \frac{1}{2}m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2}\cancel{m_2}\frac{4\mu^2}{m_2^{\cancel{2}}}v_1^2\cos^2\varphi$$

Et on sait que :

$$\cos\varphi = \cos\left(\frac{\pi - \theta'}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta'}{2}\right) = \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)$$

Alors,

$$\boxed{T_2' = \frac{2\mu^2}{m_2}v_1^2\sin^2\left(\frac{\theta'}{2}\right)}$$

3. Déterminer la section efficace différentielle par unité d'énergie $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T}$.
   On donne la section efficace de diffusion coulombienne dans le cas d'un choc frontal :

$$\sigma = \frac{\pi d^2}{4}\cot^2\left(\frac{\theta'}{2}\right)$$

avec

$$d = \frac{2Z_1Z_2e^2}{\mu V_1^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta'} \times \frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}T}$$

Alors,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta'} = -\frac{\pi d^2}{4}\frac{\cos\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)}{\sin^3\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\theta'}\right)^{-1} = \frac{m_2}{2\mu^2 v_1^2 \sin\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)}$$

Alors,

$$\begin{aligned}\left|\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T}\right| &= \frac{\pi d^2}{4}\frac{\cos\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)}{\sin^3\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)} \times \frac{m_2}{2\mu^2 v_1^2 \sin\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)} \\ &= \frac{\pi d^2}{4}\frac{1}{T\sin^2\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)}\end{aligned}$$

Et on se rappel que :

$$\sin^2\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \frac{m_2}{2\mu^2 v_1^2}T$$

Alors,

$$\boxed{\left|\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T}\right| = \frac{\pi d^2 \mu^2 v_1^2}{2m_2 T^2} = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 T^2 v_1^2}}$$

4. Déterminer le pouvoir d'arrêt dans le cas de perte d'énergie des particules chargées incidentes dans un matériau par diffusion élastique. Retrouver la formule de Bethe classique.

   Le pouvoir d'arrêt représente la perte d'énergie par unité de longueur, c'est à dire $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$,

   $$\mathrm{d}E = -TN\mathrm{d}\sigma\mathrm{d}x$$

   On remarque que $\mathrm{d}\sigma\mathrm{d}x$ est assimilable à un volume et N représente le nombre d'atomes par noyaux.

$$
\begin{aligned}
-\left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right|_b &= TN\mathrm{d}\sigma \\
&= TN\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T}\mathrm{d}T \\
&= \cancel{T}N\frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 T^{\cancel{2}} v_1^2}\mathrm{d}T \\
&= N\frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 T v_1^2}\mathrm{d}T
\end{aligned}
$$

L'énergie qui est transférée dépend du paramètre d'impact b, on vas faire l'intégration sur toutes les valeurs de b, ce qui reviens à faire l'intégration sur T,

$$
-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{N2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_2 v_1^2}\ln\left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}}\right)
$$

où $T_{\max}$ et $T_{\min}$ caractérise les valeurs extrêmes possible pour T.

5. Donner l'expression du pouvoir d'arrêt dans le cas où les centres cibles sont des électrons atomiques et le projectile ayant une masse $m_1 > m_2$. On donne l'expression de la quantité de mouvement maximale transférable à un électron : $p = 2m_e V_1$.

$$
v_2' = \frac{2\mu v_1 \cos\varphi}{m_2} = \frac{2m_1\cancel{m_2}}{\cancel{m_2}(m_1+m_2)}v_1\cos\varphi = \frac{2m_1}{(m_1+m_2)}v_1\cos\varphi
$$

On remarque alors que c'est une valeur maximal pour $\cos\varphi = 1$, et on sait aussi que $m_1 \gg m_2$, alors :

$$
v'_{2\max} = 2\frac{\cancel{m_1}}{\cancel{m_1}}v_1 = 2v_1
$$

Alors,

$$
\begin{aligned}
T_{\max} &= \frac{(p_e^2)_{\max}}{2m_e} \\
&= \frac{(2v_1 m_e)^2}{2m_e} \\
&= 2m_e v_1^2
\end{aligned}
$$

$T_{\min}$ correspond au potentiel d'ionisation I, c'est à dire que c'est une propriété caractéristique du matériau cible considéré.

$$
-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{2\pi N Z_1^2 Z_2^2 e^4}{m_e^2 v_1^2}\ln\left(\frac{2m_e v_1^2}{I}\right)
$$

6. Que devient l'expression du pouvoir d'arrêt lorsque les centres cibles sont des électrons atomiques et le projectile est un électron ?

$$m_1 = m_2 = m_e \qquad Z_1 = Z_2 = 1$$

Alors,

$$(v_2')_{\max} = \frac{2\mu v_1 \cos\varphi}{m_2} = v_1$$

Alors,

$$T_{\max} = \frac{(p_e^2)_{\max}}{2m_e} = \frac{(m_e v_1)^2}{2m_e} = \frac{1}{2} m_e v_1^2$$

Alors,

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{2\pi N e^4}{m_e^2 v_1^2} \ln\left(\frac{m_e v_1^2}{2I}\right)$$

La formule de Bethe décrit les pertes d'énergies par interactions Coulombiennes (diffusions élastique et ainsi ionisation).
Pour des particules chargées, le rayonnement de freinage (bremsstrahlung [1]) est un processus supplémentaire conduisant à une perte d'énergie.
Ce phénomène est important pour des particules légères, comme les électrons, et dominant à haute énergie.

1. Un champ $\vec{E}$ produit par les noyaux de la cible.

Exercice 2 :

On considère un électron libre qui occupe un état d'énergie tel que :

$$E_e = m_e c^2 = m_0 c^2 + T_e$$

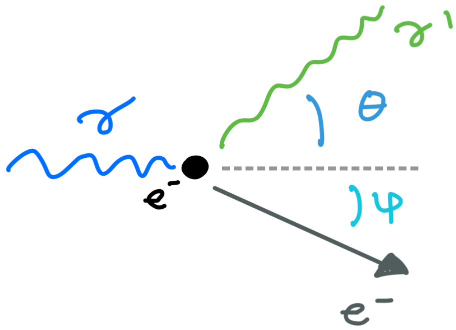
Dans le cadre relativiste, l'impulsion d'une particule peut s'exprimer sous la forme

$$P^2 = 2mT + \frac{T^2}{c^2}$$

avec T l'énergie cinétique.
Après diffusion élastique avec un photon d'énergie $E_\gamma = 1.35$ MeV.

1. Déterminer les énergies minimale et maximale du photon diffusé.

   On est dans une situation que nous avons déjà traité auparavant, c'est à dire la diffusion de compton,



   Et on sait que :

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

   - Pour $\theta = 0$, $\cos\theta = 1$, et alors l'énergie est maximale,

$$E_{\gamma'} = E_\gamma = 1.35 \text{ MeV}$$

   - Pour $\theta = \pi$, $\cos\theta = -1$, et alors l'énergie est minimale,

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_e c^2}} = 0.22 \text{ MeV}$$

2. Déterminer les énergies minimale et maximale de l'électron de recul.

$$T_e = E_\gamma - E_{\gamma'}$$

- T_e est maximal pour $\theta = \pi$

$$T_{emax} = E_\gamma \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_e c^2}}\right] = 1.13 \text{ MeV}$$

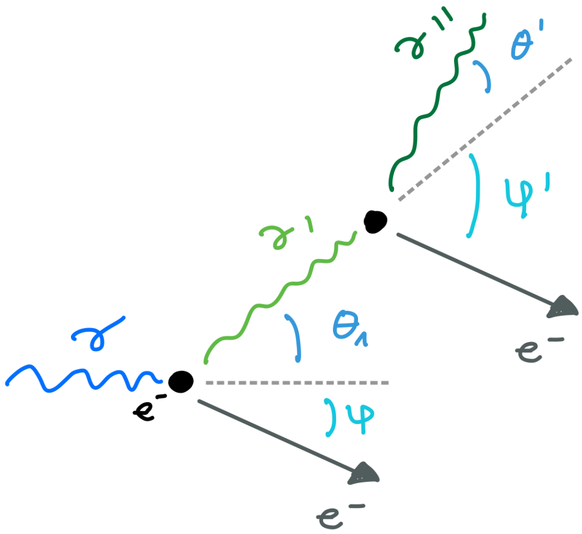
- T_e est minimal pour $\theta = 0$

$$T_{emin} = 0 \text{ MeV}$$

3. Interpréter les résultats obtenus en 1. et 2.

   La perte d'énergie du photon incident est maximale lorsqu'il est diffusé par l'arrière (rétro-diffusion), c'est à dire que $\theta = \pi$.
   La perte d'énergie du photon incident est minimale lorsqu'il est diffusé par l'avant, c'est à dire que $\theta = 0$.

4. On suppose maintenant que le photon est diffusé selon un angle de 30° et qu'il est rediffusé élastiquement sur un autre électron libre. Après cette deuxième diffusion élastique, quelles sont les valeurs des énergies maximales et minimales du photon diffusé γ' et de l'électron de recul ?



$$E_{\gamma''} = \frac{E_{\gamma'}}{1 + \frac{E_{\gamma'}}{m_e c^2}(1 - \cos\theta')} \qquad E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

Avec $\theta = 30°$, on trouve :

$$E_{\gamma'} = 0.997 \text{ MeV}$$

- $E_{\gamma'' \mathrm{max}} = E_{\gamma'}$, alors

$$(T_e)_{\mathrm{min}} = 0$$

-

$$E_{\gamma''} = \frac{E_{\gamma'}}{1 + \dfrac{2E_{\gamma'}}{m_e c^2}} = 0.2 \text{ MeV}$$

Alors,

$$(T_e)_{\mathrm{max}} = 0.997 - 0.2 = 0.797 \text{ MeV}$$

Exercice 3 :

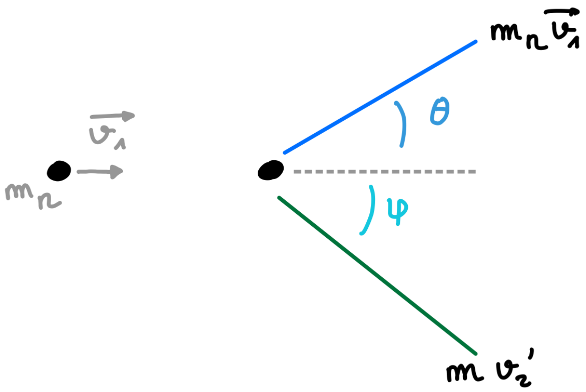
Un neutron de masse m_n et d'énergie cinétique T_0 (cas non-relativiste) entre en collision élastique frontale avec un noyau de masse m au repos.

1. Montrer que l'énergie du neutron après le choc en fonction de son angle de diffusion θ s'écrit :

$$T_n = T_0 \frac{m_n^2}{(m+m_n)^2}\left[\cos\theta + \left(\frac{m^2}{m_n^2} - \sin^2\theta\right)^{1/2}\right]^2$$

En déduire que l'énergie moyenne du neutron après le choc est :

$$\bar{T}_1 = \frac{m^2+m_n^2}{(m+m_n)^2}T_0$$



Conservation de l'impulsion :

$$m_n\vec{v}_1 = m_n\vec{v}_1' + m\vec{v}_2'$$

On projete sur les deux axes,

$$\begin{aligned} x \qquad\qquad & m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\theta + m v_2' \cos\varphi \\ y \qquad\qquad & 0 = m_1 v_1' \sin\theta - m v_2' \sin\varphi \end{aligned}$$

On cherche à éliminer le paramètre φ,

$$\begin{aligned} x \qquad\qquad & (m_1 v_1 - m_1 v_1' \cos\theta) = m v_2' \cos\varphi \\ y \qquad\qquad & m_1 v_1' \sin\theta = m v_2' \sin\varphi \end{aligned}$$

En mettant au carré et en sommant les deux expressions, on obtient :

$$\begin{aligned} m^2 v_2'^2 &= (m_n v_1 - m_n v_1' \cos\theta)^2 + m_n^2 v_1'^2 \sin^2\theta \\ &= m_n^2 v_1^2 + m_n^2 v_1'^2 \cos^2\theta - 2m_n^2 v_1 v_1' \cos\theta + m_n^2 v_1'^2 \sin^2\theta \\ &= m_n^2 v_1^2 + m_n^2 v_1'^2 - 2m_n^2 v_1 v_1' \cos\theta \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie :

$$m_n v_1^2 = m_n v_1'^2 + m v_2'^2$$

Alors,

$$m v_2'^2 = m_n v_1^2 - m_n v_1'^2$$

En injectant ce résultat dans la conservation de l'impulsion,

$$m(m_n v_1^2 - m_n v_1'^2) = m_n^2 v_1^2 + m_n^2 v_1'^2 - 2m_n^2 v_1 v_1' \cos\theta$$

On peut alors réécrire ça comme un polynôme du second degré en v_1',

$$v_1'^2(m_n + m) - v_1' 2m_n v_1 \cos\theta + (m_n - m)v_1^2 = 0 \iff a v_1'^2 + b v_1' + c = 0$$

On trouve :

$$\Delta = 4v_1^2(m^2 - m_n^2 \sin^2\theta)$$

Et alors :

$$v_1' = \frac{m_n v_1 \cos\theta \pm v_1\sqrt{m^2 - m_n^2 \sin^2\theta}}{m_n + m}$$

La solution valide est pour + [2]. Alors,

$$\begin{aligned} T_1' &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left[\frac{m_n \cos\theta + \sqrt{m^2 - m_n^2 \sin^2\theta}}{m_n + m}\right]^2 \\ &= T_0 \frac{m_n^2}{(m + m_n)^2} \left[\cos\theta + \sqrt{\frac{m^2}{m_n^2} - \sin^2\theta}\right]^2 \end{aligned}$$

2. Déterminer la perte d'énergie moyenne après le choc sur un noyau de ^{12}C.

$$\begin{aligned} \Delta\bar{T}_1 &= T_0 - \bar{T}_1 \\ &= T_0\left(1 - \frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2}\right) \\ &= T_0\left(\frac{2mm_n}{(m + m_n)^2}\right) \end{aligned}$$

2. Pour vérifi on pose $\theta = 0$ et on sait que $m > m_n$.

Si on applique au ^{12}C,

$$m = A = 12 \text{ uma} \qquad m_n = 1$$

Alors,

$$\Delta \bar{T}_1 = T_0 \frac{24}{13^2} = 0.14 T_0$$

3. Sachant que l'énergie du neutron après n chocs élastiques sur le noyau de masse m est donnée par :

$$\bar{T}_n = \left[\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right]^n T_0$$

   a. Calculer le nombre de collisions nécessaires n pour réduire l'énergie du neutron de 2 MeV à 0.1 eV sur des noyaux de ^{12}C.

$$\bar{T}_n = \left[\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right]^n T_0 \Longleftrightarrow \frac{\bar{T}_n}{T_0} = \left[\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right]^n$$

   Alors,

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\bar{T}_n}{T_0}\right) &= \ln\left(\left[\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right]^n\right) \\ &= n \ln\left(\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right) \end{aligned}$$

   Alors,

$$n = \frac{\ln\left(\frac{\bar{T}_n}{T_0}\right)}{\ln\left(\frac{m^2 + m_n^2}{(m + m_n)^2} \right)}$$

   On trouve $n \approx 110$ chocs.

   b. Calculer la perte d'énergie moyenne du neutron après n chocs sur le noyau de ^{12}C.

$$\Delta \bar{T}_n = T_0 - \bar{T}_n = 2 \times 10^6 - 0.1 = 1.999999 \text{ MeV}$$

4. Sachant que le temps moyen entre les collisions pour un neutron d'énergie T est :

$$\Delta t = \frac{1}{\sigma \rho \sqrt{\frac{2T}{m_n}}}$$

et en supposant que

$$-\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \approx -\frac{\Delta\bar{T}}{\Delta t}$$

Calculer le temps t nécessaire pour réduire l'énergie du neutron de 2 MeV à 0.1 eV. σ est la section efficace de diffusion élastique du neutron ≈ 4.5 barns.
$A_n = 1$ uma, $A_{^{12}\mathrm{C}} = 12$ uma, le noyaux de ^{12}C a une densité $\rho = 0.9 \times 10^{29}$ noyaux/m^3.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta T}{\Delta t} &= \left[1 - \frac{m^2 + m_n^2}{(m+m_n)^2}\right] T\sigma\rho\sqrt{\frac{2T}{m_n}} \\ &= \sigma\rho\sqrt{\frac{2}{m_n}}(1-\alpha)T^{3/2}\end{aligned}$$

Et on sait que :

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}T} = -\frac{\Delta t}{\Delta T}$$

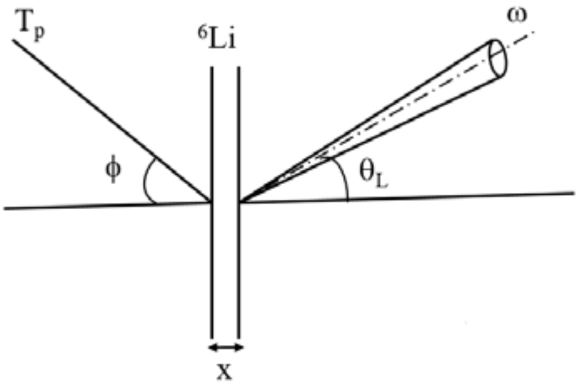
Alors,

$$\begin{aligned}t &= -\frac{1}{\rho\sigma(1-\alpha)}\sqrt{\frac{m_n}{2}}\int_{T_0}^{T_n} T^{-3/2}\mathrm{d}T \\ &= \frac{1}{\rho\sigma(1-\alpha)}\sqrt{2m_n}\left(\frac{1}{\sqrt{T_n}} - \frac{1}{\sqrt{T_0}}\right)\end{aligned}$$

En faisant l'application numérique on trouve $t = 80$ μs.

Exercice 4

Dans une diffusion coulombienne, la distance minimale d'approche b est définie lorsque toute l'énergie cinétique totale dans le système de centre de masse (CM) est entièrement transformée en énergie potentielle. Un faisceau de protons monoénergétique d'intensité $I = 100$ nA tombe sous l'incidence normale d'une cible de lithium (constituée de 100% de $^6_3$Li) d'épaisseur $x = 20$ μm.



On donne :
Masse volumique du lithium $\rho = 0.534$ g/cm^3
Nombre d'Avogdaro $N_A = 6.02 \times 10^{23}$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV.fm}$$

Si on désigne par $k = \dfrac{M_p}{M_{\text{Li}}}$ (M_p et M_{Li} étant les masses du projectile et de la cible), on rappelle les relations angulaires et les sections efficaces différentielles SL-SCM :

$$\cot\theta_L = \frac{k}{\sin\theta_{\text{CM}}} + \cot\theta_{\text{CM}} \qquad \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\theta_L} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\theta_{\text{CM}}} \frac{(1 + k^2 + 2k\cos\theta_{\text{CM}})^{3/2}}{(1 + k\cos\theta_{\text{CM}})}$$

Avec

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\theta_{\text{CM}}} = \frac{b^2}{16} \frac{1}{\sin^4\left(\dfrac{\theta_{\text{CM}}}{2}\right)}$$

1. Calculer le nombre de centres cibles par cm^2 , en déduire la section efficace différentielle en barns dans le système du laboratoire (L) lorsqu'un détecteur placé dans la direction $\theta_l L = 45°$ et vu du centre de la cible sous l'angle solide $\omega = 10^{-3}$ sr enregistre 500 protons/s.

$$\mathrm{d}N_a = 500 \text{ protons.s}^{-1}$$

$$I_a = 100 \text{ nA} = \frac{10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} \simeq 6.25 \times 10^{11} \text{ protons.s}^{-1}$$

$$\begin{aligned} N_x &= \rho \times \frac{1}{M} \times \mathcal{N}_A \times \text{épaisseur} && \equiv \text{ nombre de particules par cm}^2 \\ &= 0.534 \times \frac{1}{6} \times 6.023 \times 10^{23} \times 2 \times 10^{-3} \\ &= 1.07 \times 10^{20} \text{ atome de } {}^6_3\text{Li/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\theta_L} = \frac{\mathrm{d}N_a}{I_a \times N_x \times \mathrm{d}\omega} = 7.47 \times 10^{-27} \text{ cm}^{-2} = 7.47 \times 10^{-3} \text{ barn}$$

2. Calculer en degré l'angle dans le système du centre de masse correspond à θ_L en déduire la valeur de la distance minimale d'approche b en fm et l'énergie cinétique T_p en MeV des protons incidents.

$$k = \frac{M_1}{M_2} = \frac{M_p}{M_{{}^6_3\text{Li}}} \approx \frac{1}{6}$$

Alors,

$$\theta_{\text{CM}} = \arcsin(k \sin \theta_L) + \theta_L = 52.5^\circ = 0.917$$

$$\frac{(1 + k^2 + 2k \cos \theta_{\text{CM}})^{3/2}}{(1 + k \cos \theta_{\text{CM}})} = B = 1.259$$

$$b^2 = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\theta_L} \times 16 \times \sin^4 \left(\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}\right) \times \frac{1}{B}$$

Alors,

$$b = 0.638 \text{ fm}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{b} = T_c$$

Alors,

$$T_C = 1.44 \times \frac{3}{0.638} = 6.8 \text{ MeV}$$